

# Modelēšana un loģika

Kārlis Podnieks, LU profesors

Lekciju kurss



This work is licensed under a [Creative Commons License](#) and is copyrighted © 2011-2016 by me, Karlis Podnieks.

## Kursa saturs un literatūra

Kursā ir 3 daļas:

### 1. Modelēšanas vispārīgie jautājumi.

K. Podnieks. [Towards Model-Based Model of Cognition](#).  
*The Reasoner*, Vol. 3, N 6, June 2009, pp. 5-6.

K. Podnieks. [Modelēšanas robežas: ielāpu sega kā vienīgā iespējamā pasaules aina](#).  
Referāts, 2014.

K. Podnieks. [Truth Demystified](#).  
Preprints. *ResearchGate*, 2015.

### 2. Formālās matemātiskās teorijas un Gēdela teorēma par nepilnību. Kas ir matemātika?

K. Podnieks. [Gēdela teorēma 15 minūtēs](#), 2008.

K. Podnieks. [What is Mathematics: Gödel's Theorem and Around](#).  
1981-2015 (grāmata angļu valodā un [krievu valodā](#)).

K. Podnieks, J. Tabak. [The Nature of Mathematics – an interview with Professor Karlis Podnieks](#). Published as afterword, pp.188-197 of: *John Tabak. Numbers: Computers, Philosophers, and the Search for Meaning*. Revised Edition. *Facts on File*, 2011, 243 pp.

K. Podnieks. [Formālisms kā reālās matemātikas filozofija: 14 argumenti](#).  
Referāts, 2015.

### 3. Aprakstošās loģikas un secinātāji (semantiskā tīmekļa “aprīkojums”).

[Lekciju konspekti](#).

## 1.daļa. Modelēšanas vispārīgie jautājumi

Šīs 1.daļas idejas ir pasaulē ne gluži vispārpieņemtas, bet tās ir publicētas, t.sk. starptautiski recenzētā izdevumā:

K. Podnieks. Is Scientific Modeling an Indirect Methodology? *The Reasoner*, Vol. 3, N 1, January 2009, pp. 4-5.

K. Podnieks. Towards Model-Based Model of Cognition. *The Reasoner*, Vol. 3, N 6, June 2009, pp. 5-6.

K. Podnieks. [Frege's Puzzle from a Model-Based Point of View](#). *The Reasoner*, Vol. 6, N 1, January 2012, pp. 5-6.

K. Podnieks. [The Dappled World Perspective Refined](#). *The Reasoner*, Vol. 8, N 1, January 2014, pp. 3-4.

## 2011.gada 17.maija lekcija

Lekcijas [slaidi](#), [videoieraksts](#). Paldies Eināram Repšem.

## Kas kopīgs visiem modeļiem?

Vai atbilde nebūtu jāprasa filozofiem?

Bet liekas, ka atbildes vietā viņi gandrīz visi piedāvā tikai dažādas **modeļu klasifikācijas**, piemēram:

“Probing models, phenomenological models, computational models, developmental models, explanatory models, impoverished models, testing models, idealized models, theoretical models, scale models, heuristic models, caricature models, didactic models, fantasy models, toy models, imaginary models, mathematical models, substitute models, iconic models, formal models, analogue models and instrumental models...”

Frigg, Roman and Hartmann, Stephan (2006). [Models in Science](#). *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2006.

Vēl vairāk:

“... since just about anything can be used to represent anything else, **there can be no unified ontology of models**”. (Izcēlums mans, K.P.)

Giere, Ronald N. (2010) An agent-based conception of models and scientific representation. *Synthese*, 2010, 172(2), pp. 269-281 ([online version](#), p. 269).

Te runa ir par modeļiem zinātnē. Bet arī citi rakstītāji sūdzas, ka “dažādās nozarēs modeļa jēdziens tiek traktēts dažādi”... Modeles?

**Bet datorikiem universāla atbilde bija gatava jau 1965.gadā...** Tā tiešām aptver visus “dažādos traktējumus”, arī modeles...

## Termina "modelis" vēsture

Kad un no kā radies vārds "modelis", kā tas dažādos laikos un kontekstos ir izmantots. Sk.

Roland Müller. *Model history is culture history*, <http://www.muellerscience.com/>, 2009.

Pārlasot britu pilsoņu kara vēsturi, pamanīju (laikam) vienu no pirmajiem termina "modelis" lietojumiem:

The *New Model Army* Ordinance was passed on 19 February 1645: <http://www.british-civil-wars.co.uk/glossary/new-model-army.htm>. Šeit ar modeli tiek saprasta jauna armijas veidošanas metode: nevis veidot vienības no vienā teritorijā mobilizētiem cilvēkiem (tos grūti komandēt), bet "taisni otrādi", un maksājot algu (nevis liekot cilvēkiem pārtikt pašiem no laupīšanām). T.i. šeit nav runa par kaut kā esoša atveidošanu modeli, bet "taisni otrādi" – atbilstoši iepriekš izdomātam modelim tik veidots pats "esošais".

Vēl senāka vēsture terminam "modelis":

Roland Müller. *The Concept of Model: Definitions and Types*. *Mueller Science*, 2001 (vācu oriģināls).

Arī te viss sākas ar modeli kā "paraugu" – ēkas uzmetumu vai formu sveces izliešanai, t.i. kaut ko tādu, kam seko "īstā" objekta izgatavošana. Tā ir vārda "modelis" senākā nozīme, kādā tas ticis lietots jau sākot ar 11.gs. un līdz pat 20.gs.

Blaise Pascal (1657): modelis kā „ouvrage d’esprit ou action morale, dont on peut s’inspirer“, t.i. te "īstais" objekts vairs nav materiāls.

Bet jau 18.gs. gleznotāji un skulptori par modeļiem sauca cilvēkus, kurus gleznoja (nevis pašu gleznu vai skulptūru – kā mums, datorīkiem gribētos). Te joprojām **modelis ir procesa sākumā, nevis beigās.**

Un kad iesākās apzināts pretējais process – "modeļbūve", kad no "īstā" oriģināla būvē mazāku un vienkāršotu "kopiju"? Ar zīmējumiem uz alu sienām? Vai ar bērnu rotaļlietām?

Un kurš pirmais iedomājās nosaukt par modeli to, ko šodien saucam par matemātiskajiem modeļiem? Telpas matemātisks modelis (ģeometrija) bija zināms jau 6 gs. pmē. Te **modelis ir procesa beigās, nevis sākumā.**

Millera kgs uzskaita ļoti daudzus un dažādus modeļu veidus un paveidus. Lielas nozīmes tādi kolekcijai nav, jo ne jau cilvēku apiešanās ar vārdu "modelis" ir svarīga. Zinātnei svarīgs ir "otrais" modeļu veids, kuri rodas "procesā beigās", t.i. cenšoties izzināt kādus objektus vai parādības. Un principā jau nav svarīgi, kur modelis novietots, "sākumā" vai "beigās" – tas "iekšēji" ir un paliek modelis.

## Modeļu piemēri

**Rotaļu automašīna.** Vēja tunelis. Lai testētu auto aerodinamiku, pats auto visā pilnībā nav vajadzīgs. Lai novērtētu izskatu – arī nav vajadzīgs.

**Ēkas arhitektūras uzmetums.** Zīmējums, modelis "kokā" vai virtuāla "realitāte"... Vispirms modelis, tikai pēc tam – "objekts". Un kad "objekts" uzbūvēts? Tad lomas mainās. **Ēkas celtniecības dokumentācija.** Pirms un pēc ēkas uzbūvēšanas... **Un ja ēku nemaz neuzbūvē... Vai tad modelis vairs nemodeļē?**

**Uzņēmuma informācijas sistēmas datubāze.**

**Saules sistēmas modeļi.** To ir daudz: Aristarhs, [Ptolemejs,] Koperniks, Ticho Brahe, Keplers, Ņūtons, Einšteins. **Heliocentriskā sistēma kā izgudrojums.** Kosmiskie lidojumi, zondes utt. Matemātiskie modeļi. *Mehanism*

behind the visible picture...

Trauks ar gāzi: a) vienādojums  $pV=RT$ , b) kinētiskais modelis. Matemātiskie modeļi. *Mechanism behind the visible picture...*

Ūdeņraža atoma modeļi. To ir daudz: Demokrīts, Daltons, Rezerfords, Bors, Šrēdingers. 1913.gadā un tagad. “Objektu” te neviens “ar aci” nav redzējis un neredzēs! *Mechanism behind the visible picture...* Vai visi šie modeļi modelē to pašu atomu, kas “eksistē dabā”?

Slimnieka modelis (kad ārsts nosaka diagnozi, kādus datus viņš izmanto, ne visus taču?).

Laboratorijas žurka: cilvēkiem domātu medikamentu testēšana. *Model organisms*. Cilvēka izveidošanās no žurkas 70 miljonu gadu laikā. Bet arī **ši hipotēze par cilvēka izcelšanos** ir tikai modelis...

Dzīvnieku-kā-cilvēku modeļu nopietnu analīzi sk.

HUGH LAFOLLETTE AND NIAL SHANKS. TWO MODELS OF MODELS IN BIOMEDICAL RESEARCH, *The Philosophical Quarterly*, Vol. 45, No. 179 April 1995.

Autoru secinājums: modeļ-organismi labi noder ideju ģenerācijai (“uzvedina”) par cilvēka organisma mehānismiem, bet slikti – hipotēžu pārbaudei par cilvēka organismu.

Meteorologu modeļi: simulācija. Procesu sarežģītība, vai prognožu precizitāte var augt neierobežoti?

Zemeslodes uzbūves modelis (kodols, mantija, dreifējošās plates). *Mechanism behind the visible picture...* Vai zemestrīču prognozēšana ir reāls mērķis?

Kosmoloģija: Visuma modeļi. Visuma modeļu attīstīšanās no senajiem laikiem līdz mūsdienām. **Lielais sprādziens** kā izgudrojums. Un kur te atrodas paša **modeļa modelis**? *Mechanism behind the visible picture...*

Dabas un cilvēka evolūcijas modeļi. Kā tie mainījušies.

Vēstures modeļi? Vai vēstures grāmatas ir modeļi, vai “kas vairāk”? Nav pierasts tā domāt... Bet – PSKP vēsture?

Tirgus groza modelis. Asociāciju meklēšana matricā. Fenomenoloģiskie jeb “seklie” modeļi (tikai virspuse – bez *mehanism behind!*). Piemēram sk. [www.amazon.com](http://www.amazon.com).

Mans Kanta “modelis”? Matemātikas struktūras ir cilvēka smadzenēs iebūvēti mehānismi sajūtu sakārtošanai. Vai Kants domāja tieši tā, vai nedaudz savādāk? Varbūt, es viņu esmu pārpratis? Mans “Kanta uzskatu modelis” – tā runāt gan nav pieņemts...

Dators – cilvēka smadzeņu modelis? Robots – cilvēka modelis?

Romāni, filmas, spēļu virtuālās “realitātes”. **Vai arī tie ir modeļi?**  
*Animācijas filmas par “dinozauru laikiem”.*

Sapņi un halucinācijas. **Vai arī tie ir modeļi?**

Modeles. **Vai viņas arī modeļi?**

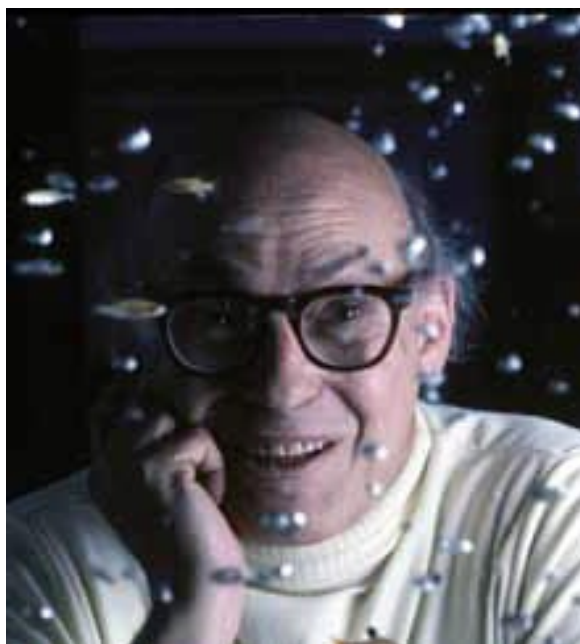
**Nejaukt šajā sarakstā:**

Matemātiskās loģikas formālās teorijas un to interpretācijas (modeļus) – tas ir žargons, kas lietas nostāda kājām gaisā! Tas ir pārmetums tikai terminoloģijai, ne metodei – matemātiskajā loģikā labāk būtu bijis iztikt ar terminu “interpretācija”.

## Kas tad kopīgs visiem šiem modeļiem?

Pamatideju datorīki bija apjautuši jau 1945.gadā, bet vēl nebija to atklāti un vispārīgi noformulējuši. Palasiet:

Rosenblueth, Arturo, **Wiener, Norbert**. The Role of Models in Science. *Philosophy of Science*, Vol. 12, No. 4 (1945), pp. 316-321.



Marvin Minsky (1927-2016)

Attēls no: [Accelerating Future, Seven Influential Transhumanists](#)

Marvin Minsky, 1965:

Objekts  $X^*$  ir objekta  $X$  modelis,  
ja kāds pētnieks  **$X$ -a vietā var izmantot  $X^*$** ,  
lai atbildētu uz viņu interesējošiem jautājumiem  
par  $X$ .

“We use the term “model” in the following sense: To an observer  $B$ , an object  $A^*$  is a model of an object  $A$  to the extent that  $B$  can use  $A^*$  to answer questions that interest him about  $A$ . **The model relation is inherently ternary.** Any attempt to suppress the role of the intentions of the investigator  $B$  leads to circular definitions or to ambiguities about “essential features” and the like.” (Izcēlums mans.)

Minsky, Marvin L. (1965). Matter, Mind and Models. *Proceedings of IFIP Congress 65*, 1965, Vol. 1,

pp. 45-49 ([online version](#)).

Jeff Rothenberg, 1989:

“Modeling in its broadest sense is the cost-effective use of **something in place of something else for some [cognitive] purpose.**” (Izcēlums mans.)

Rothenberg, Jeff (1989). The Nature of Modeling. In: *Artificial Intelligence, Simulation, and Modeling*, John Wiley and Sons, 1989, pp. 75-92 ([online version](#)).

Par *cost-effectivity* prasību: ir objekti, kurus pētīt (eksperimentēt ar tiem utml.) ir pārāk dārgi, bīstami vai pat neiespējami: *crash-test*: auto (varam) un lidmašīnām (nevaram), ASV, ekonomika,...

## Modeļa jēdziena definīcija (priekšlikums):

**Princips Nr. 1.** *Modelis ir jebkas, ko izmanto (vai var izmantot) kaut kā cita vietā kaut kādam nolūkam.*

Šis “kaut kas cits” var **pagaidām neeksistēt**, to var uzbūvēt vēlāk – vai arī neuzbūvēt vispār... Jums liekas, ka te ir pretruna?

**Sapņi, halucinācijas**, spēļu virtuālās “realitātes” kā modeļi? Sk. tālāk, un šaubas zudīs...

*Kognitīvs modelis (a la Minsky)* – ja nolūks pieder tipam “atbildēt uz jautājumiem”.

Definīcijas visvairāk “izplūdušais” elements šeit ir *nolūks*. To mēs neprotam saprātīgā veidā precizēt. Piemēram, būvējot modeli vēl neeksistējošam objektam, mūsu nolūks šo modeli realizēt var nebūt pārāk stingrs. Varbūt, mēs uzbūvējam vairākus alternatīvus modeļus un pēc tam realizējam tikai vienu no tiem (vai tomēr – nevienu).

Šī iemesla dēļ arī pašu relāciju MOD(m, n, o) nevar uzskatīt par ļoti striktu. [Paldies kolēģiem-studentiem.]

Varbūt, mums vajadzētu pamēģināt nolūkus **klasificēt**? Kognitīvie nolūki, konstruktīvie nolūki, izklaides nolūki?

Kas tad ir kopīgs visiem modeļiem? Nekas..., izņemot piedalīšanos 3-vietīgā *model relation* (modelēšanas relācijā).

**Kā no šīs definīcijas viedokļa izskatās augšminētie modeļu piemēri?** Tā patiešām aptver visus vārda “modelis” lietojumus: gan kognitīvos, gan inženieriskos, gan izklaidei domātos. **Arī modeles! Arī sapņus un halucinācijas?**

Sk. tālāk.



## Herbert Stachowiak (1921-2004)

Attēls no [europa dokumentaro 12\(1999\)](#)  
Waldfriedhof Berlin-Zehlendorf



Modeļu filozofijas vēsturē ir vēl viens interesants cilvēks.

Vienā laikā un neatkarīgi no M.Minska *H.Stachowiak* bija nonācis diezgan tuvu vispārīgai modeļu definīcijai.

Bet viņš rakstīja tikai vācu valodā, rezultātā viņu citē gandrīz tikai vācieši. Liekas, ir izveidojusies pat savdabīga “vācu modeļu zinātne” (*Wirtschaftsinformatik* ietvaros).

Stachowiak, Herbert (1965). *Denken und Erkennen im kybernetischen Modell*. Wien: Springer, 1965, 247 Seiten.

Stachowiak, Herbert (1973). *Allgemeine Modelltheorie*. Wien: Springer, 1973, 494 Seiten.

Stachowiak, Herbert (1983). *Konstruktion der Wirklichkeit*. In: *Modelle – Konstruktion der Wirklichkeit*. Fink Verlag, 1983, 317 Seiten.

*Stachowiak* modeļu teorija īsi izklāstīta (vācu valodā):

Thomas, Oliver (2006). *Das Modellverständnis in der Wirtschaftsinformatik: Historie, Literaturanalyse und Begriffsexplikation*. In: **Scheer**, A.-W. (Hrsg.): *Veröffentlichungen des Instituts für Wirtschaftsinformatik im Deutschen Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz*. Heft 184, 2006, 41 Seiten ([online copy](#)).

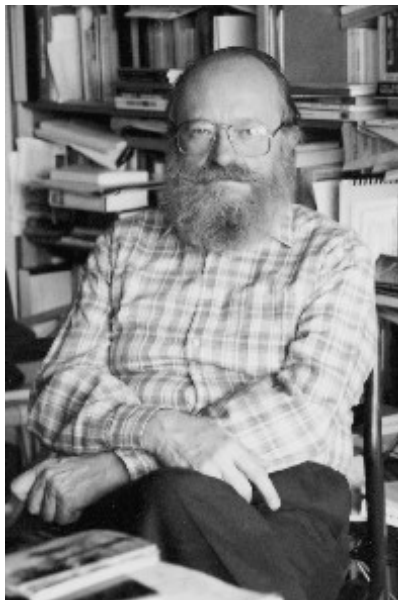
*Stachowiak* bija aizdomājies līdz **modelēšanas relācijai**, bet viņam tā bija 5-vietīga:

**M ir objekta O modelis  
lietotājam L laika periodā P nolūkam N.**

Bet citādā ziņā viņš turējās pie datorīkiem pierastās vienkāršotās idejas, ka modelis *attēlo izvēlētu daļu* no modelējamā objekta īpašībām, ka varētu uzmodelēt arī pilnīgāk, bet negribas...

Kāpēc viņu ignorē? Tikai valodas dēļ? Vai arī viņa radikālās idejas dēļ, ka cilvēku izziņa notiek caur modeļiem un tikai caur modeļiem?





## **Leo Apostel (1925-1995)**

Attēls no [Vrije Universiteit Brussel](#).

Izrādās, ka vēl dažus gadus pirms Minska un *Stachowiak* domu par modelēšanu kā vairāk nekā divvietīgu relāciju bija publicējis *Leo Apostel*, viņam tā bija 4-vietīga:

**M ir objekta O modelis lietotājam L nolūkam N.**

Apostel Leo (1960). Towards the formal study of models in the non-formal sciences. *SYNTHESE*, Volume 12, Numbers 2-3 (1960), 125-161.

[Šo rakstu piemin *Stachowiak* savā 1973.gada grāmatā, kā arī *Frigg and Hartmann* sākumā minētajā (2006) [Models in Science](#), citi filozofi nav to pamanījuši.]

Apostel, Leo (1961). Towards the formal study of models in the non-formal sciences. In: *The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences* (H.Freudenthal,ed.), 1961, 1-37.

## **Iespējamie trūkumi: tukša definīcija?**

Varbūt, šī definīcija ir tukša, jo sanāk, ka “jebkas ir modelis”? Mākslas darba rāmis vesera vietā? Cirvis atslēgas vietā? **Kontrintuitīvi secinājumi**

Ne vienmēr kādai lietai pašai par sevi ir kādas sevišķas īpašības, kas to padara par modeli. Dalīt lietas modeļos un ne-modeļos nav prātīgi.

“... in principle, **anything can be a model**, and that what makes the thing a model is the fact that it is regarded or used as a representation of something by the model users. ... it would be a mistake for the general account of the use of models in science to specify more narrowly what can function as a model.” (Izcēlums mans.)

Teller, Paul (2001). Twilight of the Perfect Model Model. *Erkenntnis*, 2001, Vol. 55, pp. 393–415 (sk. p.397).

**Modeļi piedalās modelēšanas relācijā un tā ir 3-**

vietīga:

MOD(modelis, nolūks, [mērķ]objekts).

*MOD(model, purpose, [target]object)*

Jebkas ir modelis?  $\forall m \exists n \exists o MOD(m, n, o)$  ? T.i. katram  $m$  eksistē  $n$  un eksistē  $o$ ? Varbūt... Nu un tad?

Vēl vairāk, vai  $\forall m \forall n \exists o MOD(m, n, o)$  ? Varbūt... Nu un tad?

Vai  $\forall m \forall o \exists n MOD(m, n, o)$  ? Varbūt... Nu un tad?

Varbūt,  $\forall m \forall o \forall n MOD(m, n, o)$  ? Tas gan nevar būt!

**Tā tad mūsu modeļa definīcija nebūt nav tukša!**

Vai (vislabākais) objekta modelis ir pats šis objekts:

$\forall o \forall n MOD(o, n, o)$  ?

Ne visiem nolūkiem! Piemēri Rotenberga stilā: Ja objekts ir tīģeris? Vai ASV valsts? Vai cilvēks? Vai zemeslode? Vai Visums? Eksperimenti ar pašiem objektiem var būt vai nu pārāk bīstami, vai pārāk dārgi, neētiski (*non-cost-effective*), vai vispār neiespējami.

Vai no tik vispārīgas modeļa definīcijas ir atvasināmi kādi noderīgi secinājumi? Vēlāk pārliecināsimies, ka ir...

Modelējamais objekts pats var būt modelis:

$MOD(m, n, o) \wedge MOD(o, n', o')$  .

Vai var modelēt pašu modelēšanas procesu? Tas ir matemātiskās loģikas vai filozofijas uzdevums?

**Un pats galvenais jautājums:**

**Vai visu var “uzmodelēt”?**

**Vai modelēšanai ir kādas robežas? Ko tas varētu nozīmēt:**

**Vai  $\forall o \forall n \exists m MOD(m, n, o)$  ?**

**Vai papildus prasīsim, lai  $m \neq o$ ? Vai lai  $m$  noteikti būtu dator-**

simulācija?

Ja  $m \neq 0$ , tad

## Secinājums. Parasti modelis eksistē neatkarīgi no modelējamā objekta!

Kādas tam ir sekas?

Modeli var modificēt! Bet vai tas nenojauks asociāciju MOD(m, n, o)? Var nojaukt! **Bet vai te nemainās modelēšanas nolūks?**

Modelis mums ir definēts kā “kaut kas, ko izmanto...” , bet šis “kaut kas” taču parasti eksistē arī neatkarīgi no minētās izmantošanas! Tātad, ja neievērojam izmantošanu, tad modelis ir pilnīgi patstāvīgs objekts, ko var modificēt kā tādu, t.i. neievērojot attiecības ar modelējamo objektu. Tādā veidā šīs attiecības var arī pazaudēt – un **tas nereti notiek ar matemātiskiem modeļiem.**

Secinājums. Ir iespējami modeļi, kas neko konkrētu nemodelē, bet ir līdzīgi citiem modeļiem, kas “modelē”!

Modelējamo objektu var uzbūvēt pēc tam... Vai arī neuzbūvēt...

**Kinofilmas un romāni** IR modeļi.

**Sapņi un halucinācijas** ir kā kinofilmas vai romāni, tātad arī IR modeļi!

**Virtuālā realitāte** kā jaunas sabiedrības projekts? Kaut kur jau redzēta ideja?

Atcerēsimies, ka modelēšana ir 3-vietīga relācija. Ja **tekstu izmanto** kāda pasaules fragmenta vietā – tad tā var būt avīžu ziņa vai vēstures grāmata. **Bet teksts var "uzburt"** arī pats savu virtuālo pasauli, kas kaut kādos aspektos ir līdzīga tai, ko uzskatām par reālo pasauli. To varētu mēģināt (vai nemēģināt) realizēt. Boļševiki pamēģināja...

**Vai “nemodelējošie modeļi” mūsu modeļu definīciju padara pretrunīgu un nevērtīgu?** Vai tie mums rada kādas problēmas? Kā domājat Jūs?

Modelim kā neatkarīgam objektam var būt savas īpašības, kas modelējamam objektam piemīt tikai daļēji vai nepiemīt nemaz. Un, protams, arī otrādi: modelējamam objektam var būt īpašības, kas modelim piemīt tikai daļēji vai nepiemīt nemaz.

**Otrs secinājums. Modelis var “deformēti” attēlot modelējamo objektu, tam var būt “liekas”**

## Īpašības.

Datoriķu iecienītajā ideālajā gadījumā modelis ir formāla sistēma, kurā ir rūpīgi “izfiltrētas” tikai tās objekta īpašības, kas mūs interesē, un kurā nav nekādu citu deformāciju attiecībā pret šo objektu. Modelējamais objekts (piemēram, universitāte) te skaitās pieejams pilnībā, tikai ne visu mēs gribam (vai spējam) ņemt vērā, t.i. iekļaut modelī.

*Piemērs:* universitātes vai uzņēmuma informācijas sistēmas datubāze.

Bet zinātnē tāda situācija gandrīz nekad nav iespējama...

**Parasti modelis (kā jau neatkarīgs objekts) satur gan deformācijas, gan pilnīgi “liekas” īpašības, kādu modelējamam objektam nevar būt.**

*Piemērs: rotaļu automašīna kā modelis 1:43.* Tas ir koka gabaliņš, kas deg kā koks, nevis kā īsta automašīna. Bet pētījumiem aerodinamiskajā caurulē tā, varbūt, der labāk nekā īsts auto. Tātad īstenībā mūs interesējošais modelis te ir nevis visa rotaļlieta, bet noteikta tās īpašību apakškopa.

*Piemērs: žurka kā cilvēka organisma modelis.* Liekas īpašības? Deformācijas? Bet medikamentus tomēr testējam...

*Piemērs: krītoša akmens modelis Ņūtona mehānikā* – punkts (deformācija!), kam ir tikai ātrums un noskrietais ceļš:  $v = g t$ ;  $s = \frac{1}{2} g t^2$ ; ātrumam pieaugot, gaisa pretestības dēļ šis modelis strādā arvien sliktāk, prognozējot pārāk lielu ātrumu. Bet **mūsu modelī** gaisa nav!

*Piemērs: modelis “barometrs – lietus”.* Ja barometra rādījums krīt, iespējams lietus. Cilvēks to var izmantot sava labā. Bet **šajā modelī** barometra krišanās “izraisa” lietu! Jo nekā cita modelī nav! Deformēts īstenības modelis? Kāds ir šī paradoksa atrisinājums?

## Modeļu loma izziņas procesā

Modelis ir *viens konkrēts objekts*, ko izmanto (vai var izmantot) kāda cita *viena konkrēta objekta* vietā kaut kādam nolūkam.

*Piemērs:* uz datora simulējams Saules sistēmas modelis.

“Patvaļīga n planētu sistēma” **nav** modelis, bet **modeļu šablons (template)** no kura var iegūt daudzu konkrētu planētu sistēmu modeļus, gan eksistējošu, gan reāli neeksistējošu. Sk. tālāk.

**Vai modeļi ir tikai viens no daudziem citiem**

izziņas procesa produktiem?

Vai arī tomēr modeļi ir izziņas galamērķis? Kāpēc cilvēks vispār cenšas izziņāt pasauli? Vai ne nolūkā sadzīvot ar konkrētiem objektiem? Tātad

jebkuras zināšanas ir noderīgas tikai par tik, par cik tās dod iespēju būvēt un pētīt labus modeļus?

Ja pieņem, ka modeļi ir izziņas procesa galamērķis, tad iznāk

**Princips Nr. 2.** *Izziņas procesā mums ir vajadzīgi tikai modeļi un modeļu būves un pētīšanas līdzekļi.* [Paldies Kasparam Balodim.]

“Jebkas” ir vērtīgs tikai tad, ja “tas” palīdz būvēt labus modeļus!  
Viss pārējais ir nevajadzīgs...

Ir izveidojusies ļoti vienkārša izziņas procesa aina. Vairs nekādas mistikas...

## Modeļ-koncepcijas lietojuma piemērs

K. Podnieks. [Frege's Puzzle from a Model-Based Point of View](#). *The Reasoner*, Vol. 6, N 1, January 2012, pp. 5-6.

Referāts LU konferencē par šo tēmu:

K. Podnieks. [Frēges paradokss no modelēšanas viedokļa](#), 2012.

## Teoriju loma izziņas procesā

Strīdēsimies par to, kas ir teorija?

Teoriju piemēri:

Aristoteļa mehānika

Ņūtona (klasiskā) mehānika

Eiņšteinā speciālā relativitātes teorija

Eiņšteinā vispārīgā relativitātes teorija

Maksvela elektrodinamika

Kvantu mehānika

Kvantu elektrodinamika

Kvantu hromodinamika

Termodinamika

Gāzu kinētiskā teorija

Alķīmija  
Flogistona teorija  
Daltona atomu teorija  
Mūsdienu ķīmija kā teorija?

Šūnu teorija

Evolūcijas teorija

utt.

*Matemātiskā loģika* cenšas teorijas jēdzienu precizēt:

a) teorijas pamatā ir precīzi definēta (formāla) **valoda** (sintakse), kurā pieraksta apgalvojumus;

b) teorijai ir **pamatprincipi** (postulāti, aksiomas) – apgalvojumi, ko pieņem bez pierādījuma (bet ne gluži bez pamatojuma...);

c) teorija izmanto tādu vai citādu **loģiku** – secināšanas līdzekļus, ar kuru palīdzību no pamatprincipiem iegūst citus apgalvojumus (secinājumus, teorēmas).

Ne visas zinātnes (ne-zinātnes un anti-zinātnes) teorijas tuvojas šim ideālam...

[Diskusiju par sintaksi un semantiku atliekam...]

Bet kāpēc strīdēties, ja mums ir princips Nr. 2?

Teorijas nav modeļi. Neviena teorija nemodelē vienu konkrētu objektu...

*Princips Nr. 2. Izziņas procesā mums mums ir vajadzīgi tikai modeļi un modeļu būves un pētīšanas līdzekļi.*

Teorijas nav modeļi.

Tātad – kas ir teorijas?

**Secinājums.** (Noderīgās) teorijas ir **modeļu būves un pētīšanas līdzekļi**. Ne vairāk! Pārējās teorijas ir nevajadzīgas...

Piemēri:

Klasiskā (Nūtona) mehānika prot būvēt dažādu mehānisku sistēmu modeļus. Ja kustības ātrumi un/vai gravitācijas lauka intensitāte ir ļoti lieli, tad Einšteina teorijas būvē labākus modeļus.

Kvantu mehānika ir uzbūvējusi šobrīd labāko zināmo [ūdenraža atoma modeli](#).

Evolūcijas teorija ļauj būvēt [cilvēka evolūcijas modeli](#), balstoties uz arheologu atrastajiem seno skeletu fragmentiem.

Einšteina vispārīgā relativitātes teorija ļauj būvēt šobrīd labāko [Visuma evolūcijas modeli](#) (bet ar šo

teoriju vien tam nepietiek, sk. tālāk).

Šāds teoriju traktējums nav mans izgudrojums:

Teorijas veido *The Toolbox of Science*, sk.

Suarez, Mauricio and Cartwright, Nancy (2008). Theories: Tools versus Models. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 2008, Vol. 39, pp. 62-81

**Bet ir cilvēki, kas domā, ka teorijas ir kas vairāk kā tikai modeļu būves un pētīšanas līdzekļi! Kaut kas smalkāks! Cēlāks! Diženāks!**

**Labākās teorijas “izskaidro” pasauli! Tiešām?**

Ko tas nozīmē? Kam gan varētu būt noderīga teorija, kas labi “izskaidro pasauli”, bet nepalīdz būvēt labus modeļus (tagad, vai vismaz nākotnē)?

## Modeļu šabloni

Vidū starp modeļiem un teorijām eksistē konstrukcijas, kas dažkārt jauc vājākas galvas, neļaujot precīzi atšķirt teorijas no modeļiem.

Datoriķi tās sauc par *model templates* (**modeļu šabloniem**), un tie ir **modeļi ar parametriem**.

Ievietojot parametru vietā konkrētus skaitļus, iegūst konkrētus modeļus (**šablona instances**).

**Piemērs:**

“patvaļīga”  $n$  planētu sistēma ir modeļu šablons ar šādiem parametriem:

$n$  – planētu skaits;

$D, M$  – sistēmas centrālā ķermeņa diametrs un masa;

$d_i, m_i$  –  $i$ -tās planētas diametrs un masa;

visu minēto sākuma stāvokļi un sākuma ātrumi.

Šablonā ir jāiekļauj arī Ņūtona mehānikas likumi un Ņūtona gravitācijas likums (vai Einšteina vispārīgā relativitātes teorija – tas būs cits modelis!), tad varēsīm uzrakstīt kustības vienādojumus un varēsīm noprogammēt modeli kā dator-simulāciju. Ievietojot parametru vietā konkrētas vērtības ( $n=8$  vai  $n=9$  utt.), var iegūt šablona instances – konkrētus modeļus, piemēram, Saules sistēmas dator-simulāciju.



Bet sajukumu rada tas, ka dažas teorijas var attēlot gandrīz pilnīgi kā modeļu šablonus.

### Piemērs:

**Nūtona mehānika** Hamiltona formulējumā ir “patvaļīgas” (holonomas, ar potenciāliem spēkiem) mehāniskas sistēmas modeļu šablons, kam ir  $6n+2$  parametri:

$n$  – sistēmas komponentu skaits;

$H$  – sistēmas Hamiltona funkcija (pilnās enerģijas izteiksme);

sākuma stāvoklis –  $6n$  koordinātes un impulsi;

evolūciju laikā nosaka Hamiltona vienādojumi – skaitā  $6n$ .

Atliek vēl iemācīties katrai dotajai reālajai mehāniskajai sistēmai sastādīt tās Hamiltona funkciju...

**Kvantu mehāniku** arī var attēlot kā modeļu šablonu (pat kā vairākus dažādus, bet matemātiski ekvivalentus modeļu šablonus).

Tātad dažas teorijas tiešām ir “modeļi”, bet – modeļi ar parametriem! Ja to ievērosim, sajukums neradīsies.

## “Atklātie” un izgudrotie modeļi

Datoriķu iecienītais modelēšanas triviālais gadījums:

modelis tiek iegūts “abstrakcijas” ceļā, t.i. atmetot daļu no

modelējamā objekta īpašībām. Viss objekta darbības mehānisms mums ir pieejams.

Principā mēs varētu veidot pilnīgāku objekta modeli, bet to nedarām...

### Piemēri:

uzņēmuma informācijas sistēmas datubāze;

ēkas arhitektūras uzmetums.

Kāds šai gadījumā ir rezultāts? Modelis ir “izomorfs” ar modelējamo objektu (vai “homomorfs” – t.i. izomorfs ar kādu tā aspektu)?

Bet ja modelējamā objekta “iekšējais mehānisms” (kā mēs zinām, ka tāds vispār ir?) mums nav pieejams? Kas ir zvaigznes pie debesīm? Kā ir “uzbūvēta” zeme mums zem kājām? Kā ir “uzbūvēti” gaiss un ūdens? To nevar saskatīt vai izsecināt, to var tikai izgudrot!

*R. Feynman:* kā mēs varam zināt, kas ķieģelim “iekšā”, ja pāršķeļot to, vienmēr redzam tikai virsmas? Ķieģeļa “iekšas” mums ir sakarīgā veidā jāizgudro!

**Lielāka daļa zinātnes modeļu tiek izgudroti.** Sākot jau ar **heliocentrismu** – tas ir izgudrots, nevis atklāts, jo **kā gan citādi – bez nekaunības – var rasties doma, ka Zeme nav Visuma centrs?**

Galileja “domu eksperimenti” par **vienmērīgo taisnvirziena kustību**, kas dabā tīrā veidā neeksistē un ko tāpēc tiešā veidā novērot nevar. Tie bija izgudrojumi, kas ejot pret acīmredzamo, tomēr ļāva būvēt labākus modeļus nekā Aristoteļa mehānika, kas balstījās uz “neapšaubāmiem” novērojumiem.

[Galilejs pats un viņa sekotāji gan uzskatīja, ka domu eksperimenti “atklāj patiesību”. **Izskaidrojiet, kāpēc viņi maldījās.** Ideja: kādu lomu te spēlē *background knowledge*?]

Aristotelis: “ja uz ķermeni nedarbojas nekādi ārēji spēki, tad tā kustība ar laiku apstājas”. Galilejs izgudroja pretēju principu: ja uz ķermeni nedarbojas nekādi ārēji spēki, tad tā kustība turpinās bezgalīgi – taisnā virzienā ar nemainīgu ātrumu. Dabā neko tādu novērot nevar. Un tomēr – tā sanāk labāka teorija, kas ļauj būvēt labākus modeļus nekā Aristoteļa mehānika.

Kā var rasties doma par **atomiem** – pēc analogijas – redzot, kā izskatās smiltis no tālienes? Cīņas ap atomu “eksistenci” nebūt nebija triviālas vēl 20.gs. sākumā. Tagad gan atomi ir “uzvarējuši”, kaut arī redzējies tos neviens nav un nekad neredzēs!

Un tomēr – šie izgudrotie modeļi izrādījās auglīgāki par veselā saprāta diktētajiem modeļiem:

par plakano Zemi,

par debesu kristāla sfēru,

par Aristoteļa mehāniku...

**Alberts Einšteins**, 1930.gadā, Keplera 300.nāves gadadienā:

"It seems that **the human mind has first to construct forms independently, before we can find them in things.** Kepler's marvelous achievement is a particularly fine example of the truth that **knowledge cannot spring from experience alone**, but only from the comparison of the inventions of the intellect with observed fact."

[Izcēlums mans. No empīrisma un pozitīvisma uz priekšu – uz deduktīvismu (Kārlis Poppers) un paradigmatismu (Tomass Kūns) – šo diskusiju atliekam...]

[*Mechanism behind sensations...*]

Lieliskā angļu tulkojuma autore ir *Sonja Bargmann*, un tas ir publicēts:

**A. Einstein.** Ideas and Opinions. *Crown Publishers*, New York, 1954, pp. 262-266.

Einšteina oriģinālais teksts vācu valodā:

"Es scheint, dass die menschliche Vernunft die Formen erst selbständig konstruieren muss, ehe wir sie in den Dingen nachweisen können. Aus Keplers wunderbarem Lebenswerk erkennen wir besonders schön, dass aus bloßer Empirie allein die Erkenntnis nicht erblühen kann, sondern nur aus dem Vergleich von Erdachtem mit dem Beobachteten."

Pilns teksts:

Albert Einstein über Kepler. *Frankfurter Zeitung*, 9. November 1930 ([online copy](#) published by [Dr. Böttiger-Verlag-GmbH.](#))

Varat aplūkot arī ar Einšteina paša roku rakstīto manuskriptu: [Einstein Archives Online](#).

## Secināšanas līdzekļi – modeļu sastāvdaļa

Piemērs: Saules sistēmas modelis. Tajā vajag ietvert Ņūtona mehāniku vai kādu citu teoriju kā **secināšanas līdzekļi**, citādi nevarēs izveidot modeļa simulācijas programmu. Bet tie būs divi dažādi modeļi – Ņūtona modelis un Einšteina modelis.

Modelis satur ne tikai to informāciju, kas atklātā veidā ir ielikta tā definīcijā. Tas satur arī to

informāciju, ko no šīs definīcijas var **izsecināt**. Arī tā ir informācija, kas palīdz “atbildēt uz jautājumiem”. Kādi ir šie secināšanas līdzekļi? Loģika? Teorija? “Veselais saprāts”?

## **Darbam ar doto modeli nepieciešamie secināšanas līdzekļi (loģika, teorijas) pieder pie modeļa definīcijas.**

Šo niansi daudzi (vai pat – gandrīz visi) ignorē. Darbošanos ar modeļiem daži pat sauc par “*surrogate reasoning*”. It kā būtu iespējama vēl citāda domāšana kā caur modeļiem... “Domāšana tiešā veidā par pasauli”? Tā, manuprāt, ir ilūzija.

Visnopietnāko modeļu pētīšanai ir nepieciešami arī visnopietnākie profesionālie līdzekļi – **matemātika un datorsimulācija**. Paldies Kasparam Balodim par ideju uzsvērt modeļu pētīšanas sarežģītību.

## **Modeļu šabloni, ko ģenerē viena teorija – tas ir modelēšanas “organizētais variants”.**

### **“Neorganizētā” modelbūve**

## **Vai teorijas ir vienīgais modeļu būves līdzeklis?**

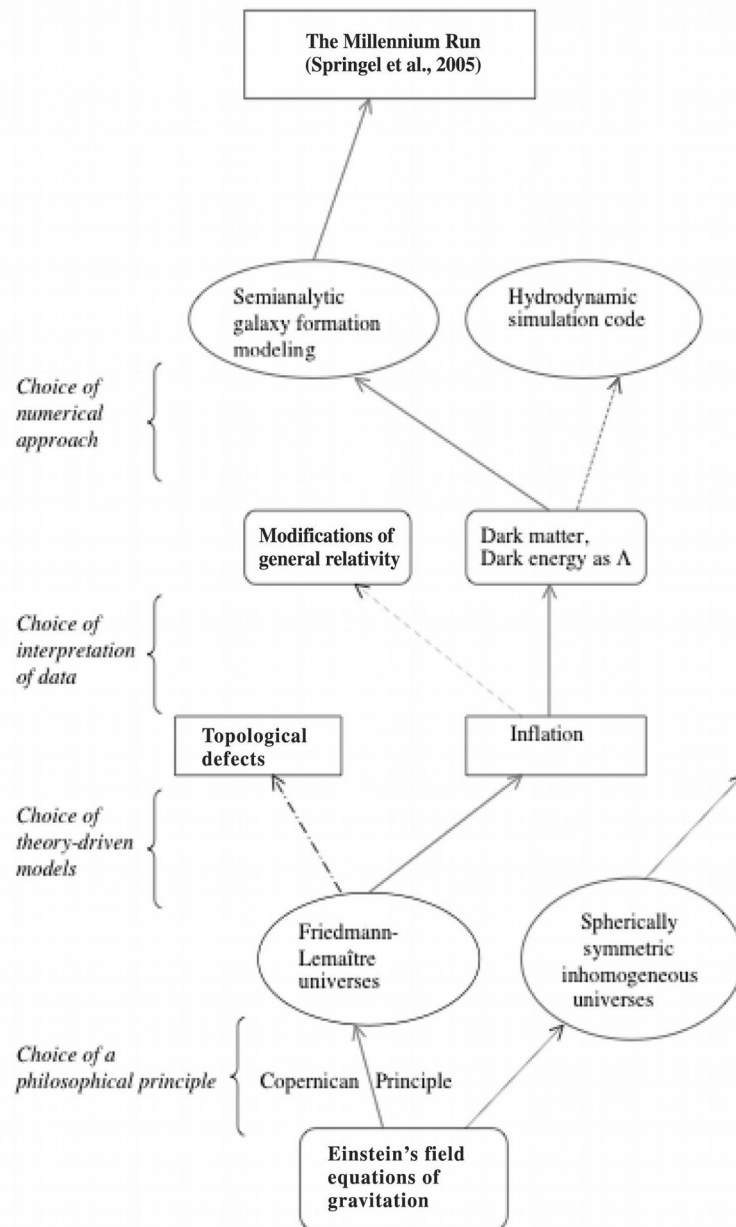
Mauricio Suarez and Nancy Cartwright (2008: Theories: Tools versus Models. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 39, 62-81).

Būvējot modeļus, fiziķi un sevišķi – citi zinātnieki nekautrējas izmantot arī *ad hoc* pieņēmumus, kas no atzītajām teorijām neseko.

Vēl trakāk – dažreiz tiek izmantotas dažādu teoriju *ad hoc* kombinācijas!

Piemērs: [The Millennium Simulation Project](#) – sk. zemāk variantu koku no

Stephanie Ruphy (2008: Limits to Modeling: Balancing Ambition and Outcome in Astrophysics and Cosmology. In: [Simulation & Gaming](#), first published on June 2008, doi: 10.1177/1046878108319640)



Un datoriķi daŗkārt modelē gandrīz bez jebkādam teorijām!

Piemērs no datizraces: tirgus grozu analīze – asociāciju meklēšana. Te tiek meklētas likumsakarības datu kopas “virspusē”, pat nemēģinot modelēt mehānismu, kas “aiz tiem stāv”.

**Vai visu var “uzmodelēt”?**

**Vai modelēšanai ir robežas?**

Vai  $\forall o \forall n \exists m \text{ MOD}(m, n, o) ?$

Prasīsim, lai  $m \neq n$ ?

Lai  $m$  noteikti būtu dator-simulācija?

Kaut kas te ir atkarīgs no cilvēku rīcībā esošajiem resursiem – zināšanām, tehnoloģijām. Ko vakar nevarēja, šodien var...

Bet vai nav kaut kas tāds, ko modelēšana nespēj principā – tieši tāpēc, ka tā ir modelēšana?

[Kas ir modelēšana? Atcerēsimies definīciju...]

Vai modelēšanai (kā aizvietošanai) ir robežas?

## Laplasa dēmons, 1814

Tas bija zinātnes lielākā triumfa brīdis!

Cilvēkiem tobrīd bija *Theory of Everything* (Ņūtona mehānika un Ņūtona gravitācijas likums), kas ļāva izskaidrot Saules sistēmas un Zemes izveidošanos no putekļu mākoņa (pirmais to izdarīja filozofs Imanuels Kants).

[P. S. Laplace](#). Essai philosophique sur les probabilités, 2<sup>me</sup> edition, 1814, p. 2-3:

“Let us imagine an **Intelligence** who would know at a given instant of time all forces acting in nature and the position of all things of which the world consists; let us assume, further, that this Intelligence would be capable of subjecting all these data to mathematical analysis. Then it could derive a result that would embrace in one and the same formula the motion of the largest bodies in the universe and of the lightest atoms. Nothing would be uncertain for this **Intelligence**. The past and the future would be present to its eyes. [...] All our efforts in our search of truth tend, without respite, to approximate this **Intelligence imagined**, but **our efforts will always fall infinitely short of this mark.**” (Izcēlumi mani. Citēts no: Kevin D. Hoover. Causality in macroeconomics, 2001, pp. 101-102.)

Laplass bija saskatījis ideālu, ko piedāvā tā laika *Theory of Everything*: ja kāds dēmons precīzi zinātu visu pasaules “daļiņu” stāvokli šobrīd, tad principā varētu precīzi izrēķināt gan to, kas notiks nākotnē, gan to, kas noticis pagātnē.

**Un Laplass uzskatīja, ka tikai cilvēka prāta un citu iespēju ierobežotība neļauj tuvoties šim ideālam.** Kurš nogalināja prezidentu Kenediju? Vai izrēķināt precīzu atbildi mūs kāvē tikai resursu ierobežotība?

## Modelēšanas robežas

Es tomēr gribu apgalvot vairāk nekā Laplass:

No modelēšanas definīcijas seko, ka **ir lietas, ko detalizēti uzmodelēt nevar pat principā!**

Piemēram, cik lielu daļu no Visuma var ietvert **vienā** modelī?

Cik detalizēta var būt Visuma dator-simulācija? Vai tā var simulēt **katru** fotonu un **katru** neitrino, kas klejo Visumā? Bet tie klejo jau 13,7 miljardus gadu... - ja varam ticēt saviem modeļiem, protams,...

Vai Visuma modelis var ietvert arī paša simulējošā datora modeli? Pretruna?

**Cik lielu Visuma daļu var atveidot modelī – mazītiņā Visuma fragmentā?**

Vai šādas neatrisināmas problēmas rodas tikai, mēģinot modelēt Visumu? Vai tās nerodas jau stipri mazākiem objektiem?

Manuprāt, **modelēšanas robežas ir “iebūvētas” pašā modelēšanas principā**: mēs mēģinām aizstāt vienu objektu ar citu – ar modeli.

Pārāk augstā detalizācijas līmenī tāda aizvietošana var nebūt iespējama. Un **ši** robeža ir “iebūvēta” mūsu fiziskā Visuma struktūrā. Ļoti detalizēti Visuma modeļi vienkārši nevar eksistēt... pašā Visumā – kādu nu mēs to šobrīd domājam pazīstam. [Protams, tā ir metafiziska hipotēze par to “kāda pasaule ir īstenībā”.]

## Kur tad ir šīs robežas?

Cik daudz “ detaļu ” ir jābūt objektā, lai to nevarētu detalizēti “uzmodelēt”, t.i. atveidot “visās detaļās” **citā objektā**?

Ja kādā objektā mūs interesē tikai **1000 detaļu**, tad šādu struktūru mēs pratīsim atveidot datorā.

Bet ja objektā ir tik daudz detaļu kā **Visumam**, tad mēs nespēsīm uzbūvēt **otru objektu** ar tikpat daudzām detaļām.

Kur atrodas **robeža** starp šīm divām galējībām?

Cik lielam ir jābūt skaitlim N, lai divas fiziskas sistēmas, kas katra satur N “separablas komponentes”, nekad nevarētu būt “pietiekami izomorfas”, lai viena varētu atveidot otru “visās detaļās”? Nav pat svarīgi, ko tas viss precīzi nozīmē...

Apzīmēsim mazāko šādu skaitli N ar L (“Laplasa konstante”).

Mana hipotēze:

$$10^{19} < L \leq 10^{22}.$$

Sk. <http://en.wikipedia.org/wiki/Petabyte>. Lielais hadronu paātrinātājs katru gadu ģenerēšot 15 petabaitus datu (petabait = 1000 terabaitu =  $10^{15}$  baitu  $\approx 10^{16}$  bitu). Ja sakrāsies 1000 petabaitu ( $10^{19}$  bitu), vai cilvēki spēs izgatavot šiem datiem identisku drošības kopiju? Ja spēs, tad  $L > 10^{19}$ .



## Tātad liekas, ka $L > 10^{19}$ ?

Lai pierādītu, ka  $L \leq 10^{22}$ , aplūkosim izolētu trauku, kas satur 1 litru gaisa. Cik detalizētu šīs sistēmas dator-simulāciju var izveidot? Saskaņā ar dominējošo teoriju, gaiss sastāv no molekulām, un to skaits 1 litrā ir ap  $10^{22}$ . Lai šādas sistēmas stāvokli attēlotu datora atmiņā, tur ir jāieraksta vismaz  $6 \times 10^{22}$  skaitļu (molekulu koordinātes un ātrumi). Un lai simulētu šī stāvokļa evolūciju laikā, ir jāprot ļoti ātri rēķināt  $6 \times 10^{22}$  Hamiltona vienādojumu atrisinājumus. (Ja klasiskā modeļa vietā mēģināsim veidot kvantu modeli – nepieciešamo detaļu skaitu tas nesamazinās. Paldies Alvim Brāzdam.)

Tādu datoru mēs nepratīsim uzbūvēt. Vēl vairāk, tāds dators Visumā nevar eksistēt! Vēl vairāk:

**Visumā nevar atrast divus vienādus litrus gaisa.** Tā ir mana **metafiziskā hipotēze**. Es gribētu apgalvot, ka vispār:

**Princips Nr. 3 (mana metafiziskā hipotēze):** *Divas fiziskas sistēmas, kas katra satur  $10^{22}$  “separablas komponentes”, nekad nevar būt “pietiekami izomorfas”, lai viena varētu atveidot otru “visās detaļās”!*

Tātad liekas, ka  $L \leq 10^{22}$ ?

Izsludināsim konkursu precīzākai  $L$  vērtības noteikšanai?

“Separablu komponentu” pārāk liels skaits

**nav vienīgais šķērslis detalizētai modelēšanai.**

Otrkārt, tāda ir arī **neiespējamība** pietiekami **precīzi izmērīt** dažādus parametrus (masas, koordinātes, ātrumus utt.). Pie tam mikro-pasaulē to vienkārši nepieļauj kvantu mehānikas likumi...

[Pievienots 21/03/2012. Paldies Mārim Valdatam pa ideju.

Treškārt, ja objekti modelī ir **izolēti** no ārējām iedarbībām, tad reālās sistēmas objekti tādi būs ne vienmēr. Piemēram, modelējot Saules sistēmas planētu kustību, mēs ignorējam apkārtējo Galaktikas zvaigžņu gravitāciju, par citu galaktiku gravitāciju nemaz nerunājot. Šis faktors darbojas tajā pat virzienā kā neiespējamība precīzi izmērīt parametrus.]

Un ceturtkārt, modelējot sarežģītas sociālās sistēmas, visi būtiskie “likumi”, kas jāietver modelī, **veido tik sarežģītu tīklu**, ka iegūtie modeļi reālos procesus nespēj izsekot. **Šo fenomenu datorīkiem būtu vērts papētīt tuvāk...** Sk.

Batty, Michael and Torrens Paul M. (2001).

**Modeling Complexity: The Limits to Prediction**, *Cybergeo: European Journal of Geography*, Dossiers, 12th European Colloquium on Quantitative and Theoretical Geography. St-Valery-en-Caux, France, September 7-11, 2001, document 201, mis en



ligne le 4 décembre 2001. URL: <http://cybergegeo.revues.org/index1035.html>.

**Secinājums no principiem Nr. 1, 2, 3.** Ne roboti, ne cilvēki nevar cerēt *ar vienu modeli* aptvert parāk lielu savas apkārtnes daļu.

Kādas tam ir sekas?

## Pasaule ir “ielāpu sega”! (Dappled World)

Precīzāk: mūsu **pasauls aina** vienmēr būs tikai “ielāpu sega”! Neesam raduši šķirot pasauli un savas pasaules ainas...



Ar autora laipnu atļauju. © Gatis Šļūka, 2011, [www.karikatura.lv](http://www.karikatura.lv)  
[Paldies Mārtiņam Opmanim par norādi.]

Sāksim ar modeļu līmeni, pēc tam palūkosimies teoriju līmenī.

**Secinājums.** Izziņas procesā **modeļu līmenī** mūsu pasaules aina vienmēr būs tikai “*ielāpu sega*” no daudziem modeļiem, katrs no tiem savos lietojumos būs ļoti ierobežots.

Viens no šiem modeļiem būs “globāls” – mūsu priekšstats pat Visumu, galaktikām, zvaigznēm, planētām, dzīvību, cilvēka izcelšanos un savu vietu sabiedrībā. **Mans “pasauls modelis”!** Bet ar tik maz detalizētu modeli mēs nekur tālu netiksim...

**Bet teoriju līmenī?** Vai arī te mūsu pasaules aina vienmēr būs “ielāpu

sega”? Pieņemsim, ka nebūs. Ko tas nozīmētu?

Teorijas ir modeļu būves un pētīšanas līdzekļi. Tātad jājautā: **vai kādreiz mums būs viena *Theory of Everything*, ar kuras palīdzību, **neievedot nekādus papildus postulātus**, mēs varēsim būvēt un pētīt visus modeļus, kas mums vajadzīgi?**

**Tēze par papildus postulātu neievešanu ir principiāli būtiska**, jo te nav runas par pasaules izskaidrošanu “principā”, bet par modeļu būvi. Un modeļus mums vajag iemācīties būvēt reāli, nevis tikai “principā”. [Nevis, piemēram, kā matemātikā, kur var pierādīt teorēmu par modeļa eksistenci, pašu modeli nemaz neuzbūvējot.]

Varbūt, vienas teorijas vietā mums būs piramīda no vairākām teorijām, kas tiks galā ar visu mums vajadzīgo modeļu būvi un pētīšanu?

Atbildi piedāvā:

## Nancy Cartwright



Attēls no: [London School of Economics](#)

Cartwright, Nancy (1983). **How the Laws of Physics Lie**. *Oxford University Press*, 1983, 232 pp.

Cartwright, Nancy (1999). **The Dappled World: A Study of the Boundaries of Science**, *Cambridge University Press*, 1999, 260 pp.

Šajās grāmatās viņa analizē zinātnes pagātņi un tagadni, konstatējot *ad hoc* pieņēmumu visuresošo izplatību zinātnieku modeļos. **Kāpēc tā, kā to izskaidrot? Ar cilvēku pagaidu mazspēju vai ar to, ka pati pasaule ir tāda?**

“... we live in a world rich in different things, with different natures, behaving in different ways. The laws that describe this world are a patchwork, not a pyramid.” (1999, p. 1)

“... fundamental equations do not govern objects in reality; they only govern objects in models.” (1983, p. 129)

## **Principis Nr. 4 (N.Cartwright): *Pasaulē nav likumu, likumi darbojas tikai modeļos.***

Tiešām:

Ņūtona mehānikas likumi – dabas likumi? Pirmais Ņūtona likums? Otrais? Tīrā veidā tie nekur neizpildās...

Einšteina relativitātes teorija – arī dabas likums?

Abas? Bet abas taču runā viena otrai pretī?

Līdzīgu ideju esot izteicis [Nilss Bors](#):

"It is wrong to think the task of physics is to find out how Nature is. Physics concerns what we can *say* about Nature."

Sk. Petersen, Aage (1963). The Philosophy of Niels Bohr. *Bulletin of the Atomic Scientists*, Vol. XIX, No.7, September 1963, pp. 8-14

T.s. “dabas likumi” *precīzi* izpildās tikai tajos modeļos, kas ir radīti uz to pamata.

Tātad nav nekādu “dabas likumu”, ir tikai modeļu likumi!

Un dabu var tikai modelēt...

Pārāk tālus secinājumus no modeļu likumiem nevajag uztvert pārāk nopietni.

**Piemēri:** Lošmita paradokss un Puankarē rekurences teorēma.

1876.gadā pret gāzu kinētisko teoriju tika izteikts nopietns iebildums - t.s. [Loschmidt's paradox](#): ja gāzes molekulas kustas atbilstoši klasiskās mehānikas likumiem, kas ir laikā apgriežami, tad šādai gāzei, ja to "liek mierā", nav obligāti "jānomierinās" - tā var iet arī pretējā virzienā (piemēram, būdama līdzsvara stāvoklī, pēkšņi "saviļņoties").

Bet dabā nekas tāds nav novērojams...

[Ludwig Boltzmann](#) (1844-1906) tai brīdī jau bija izveidojies par gāzu kinētiskās teorijas galveno ideologu.

Fiziķis [Johann Josef Loschmidt](#) (1821-1895), sk. arī [Loschmidt constant](#) (1865: 1 litrs ideālas gāzes pie 0°C un 1 atm spiediena satur ap  $2,7 \cdot 10^{22}$  molekulu).

**Gérard G. Emch, Chuang Liu.** The logic of thermostistical physics. *Springer*, Berlin, 2002, 703 pp.

Citēju p. 103:

"The first objection [[Loschmidt, 1876, 1877] vs. [Boltzmann, 1877, 1878]] is that mechanical systems are reversible, whereas thermodynamics is not; to this objection, Boltzmann purportedly replied: **Go ahead reverse them** (*them* being the velocity of each of the molecules of a gas)."

1896.gadā matemātiķis [Ernst Zermelo](#) (1871-1953) izvirzīja otru iebildumu pret gāzu kinētisko teoriju - balstoties uz Puankarē rekurences teorēmu (teorēmu par atgriešanos): ja gāzes molekulas kustas atbilstoši (klasiskās) mehānikas likumiem, tad ja kādā laika momentā tā ir "saviļņotā" stāvoklī, tad pēc pietiekami ilga laika tā atkal atgriezīsies tuvu šim "saviļņotajam" stāvoklim. Bet dabā nekas tāds nav novērojams...

Vēl citāts no p.103:

"The second objection [[Zermelo, 1896] vs. [Boltzmann, 1896]] (Runa ir par Puankarē teorēmu par atgriešanos)... And again, Boltzmann's equally apocryphal answer to this was **Do you want to wait that long?**"

Šodien mēs zinām, ka abi šie iebildumi pret gāzu kinētisko teoriju nav nopietni ņemami: gan "apgriežamība", gan "atgriešanās" ir fenomenī, kas piemīt **Nūtona mehānikai kā idealizētu modeļu būves teorijai**, nevis reālām sistēmām.

Tāpēc dabas un sabiedrības likumus nevajag nemaz tik ļoti cienīt... Ja modelis ir "labs", tad tā likumiem, droši vien, ir kāds sakars ar pasauli...

Protams, ne visi tam piekrīt. Pretiniekus sauc par **fundamentālistiem** – tie uzskata, ka dabā darbojas likumi, kas mums jāatklāj (nevis jāizgudro). [Diskusiju atliekam.]

**Principis Nr. 5 (N.Cartwright):** *Modeļu likumi nevar veidot "regulāru piramīdu", tie var veidot tikai "ielāpu segu".*

**Secinājums.** *Theory of Everything* šī vārda pilnajā

nozīmē nav iespējama. Viena teorija nevar uzbūvēt visus mums vajadzīgos modeļus. Arī teorijas vienmēr veidos tikai “ielāpu segu”!

Fiziķiem *Theory of Everything* nozīmē specifiskāku lietu – teoriju, kas sevī apvieno visu šobrīd zināmos “spēku laukus”. Bet pat ja tāda tiks izveidota, tas nenozīmēs, ka ar tās palīdzību (**bez papildus postulātiem**) varēs uzbūvēt visus modeļus – kaut vai tikai tos, kas vajadzīgi ķīmiķiem. Mums tikai liekas, ka “principā” atomu un molekulu visas īpašības var izrēķināt kvantu elektrodinamikā, bet praksē skaitļošanas grūtības ir nepārvaramas. [Emerdžentisms](#) kā secinājums no “ielāpu segas”?

Sk. piemēram, [hēlija atoma modelēšanu](#), un arī [litija atomu](#) – “ielāps uz fizikas”?

## Modeļi un modeļu apraksti (reprezentācijas)

Ir vēl viena problēma, kas daudzus mulsina. Nevienojoties par tās risinājumu, arī mēs viens otru līdz galam nesapratīsim.

## Kā modeli nodot citam cilvēkam (vai citam datoram)?

Sapņi un halucinācijas. Varam mēģināt aptuveni izstāstīt vai uzrakstīt... Vai adresāts spēs nosapņot precīzi tio pašu?

Romāna vīzija **rakstnieka** galvā – romāna **teksts** – romāna vīzijas **lasītāju** galvās. Bet šīs vīzijas var stipri atšķirties...

*Saules sistēmas modelis* (piemēram, balstīts uz Ņūtona mehāniku un Ņūtona gravitācijas likumu). Mēs varam izmantot jebkuru no 3 koordinātu sistēmām: Dekarta, cilindrisku vai sfērisko. Visos gadījumos mēs varēsim uzrakstīt vienādojumu sistēmas, kas nosaka planētu kustību. Tās būs visai atšķirīgas, bet matemātiski ekvivalentas vienādojumu sistēmas.

**Vai tas nozīmē, ka te mums ir Saules sistēmas modelis, kas eksistē neatkarīgi no koordinātu sistēmas izvēles?** Un, ievēdot noteiktu koordinātu sistēmu, mēs šo modeli tikai aprakstām? **KUR** šāds neatkarīgs modelis eksistē? Mūsu galvās? Vai Platona ideju pasaulē?

**Bet vai tā nav mirāža?** Visi 3 aprakstu varianti ir matemātiski ekvivalenti. Vai mums vajag kaut ko vairāk par šo ekvivalenci? **Vai jēdziens par vienu kopīgu modeli, kas “stāv aiz vienādojumiem” nav lieks?**

Sapņu un halucināciju apraksti – cik precīzi spējam izstāstīt citam cilvēkam? Un vai mums to vajag? **Nepilnīgi apraksti...**

Romāna teksts – rakstnieka vīzijas modelis, kas ierosina lasītāju vīzijas. **Nepilnīgi apraksti...** (un labi, ka tā – uz to balstās māksla?)

Saules sistēmas modelis – izvēlamies koordinātu sistēmu un uzrakstām vienādojumus, tas būs modeļa **pilnīgs apraksts** – bet varbūt, tas būs **pats modelis**?



Modeļa **pilnīgs apraksts** ir uzskatāms par tā definīciju. **Definīcija** viennozīmīgi specificē modeli, no tās var izsecināt visas modeļa īpašības. Tātad viena un tā paša modeļa divi pilnīgi apraksti neizbēgami ir ekvivalenti. Jo ja nav ekvivalenti – tad no tiem var iegūt dažādus secinājumus par “kopīgā modeļa” īpašībām!

Kurus no modeļiem var **pilnīgi** aprakstīt (nedefinēt), izmantojot kādu formālu vai neformālu valodu? Un kurus – nevar?

Fiziskie objekti – tos līdz galam aprakstīt nevar, jo tiem pašiem ir milzīgi daudz “lieku” īpašību...

Dator-modeļi – tie ir pilnīgi aprakstīti jau no paša sākuma. Noprogrammēti C++ vai Java...

Sapņus un halucinācijas – līdz galam precīzi aprakstīt nevar. Un nevajag...

Matemātiskos modeļus var precīzi nedefinēt. Saules sistēmas modelis. Vai var būt izņēmumi – **kad matemātisku modeli nevar līdz galam pilnīgi aprakstīt?**

**Vai mums nevajadzētu izvirzīt hipotēzi: iespēja modeli pilnīgi aprakstīt – tā ir īpašība, kas matemātiskos modeļus atšķir no nematemātiskiem?**

## Mirāžas?

Vai modeļu aprakstu jautājumā var būt kādas problēmas? Var:

Frigg, Roman and Hartmann, Stephan (2006). [Models in Science](#). *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2006.

Frigg, Roman (2010). [Models and fiction](#), *Synthese*, 2010, 172(2): 251-268.

“It is now common to construe models as non-linguistic entities rather than as descriptions.” [construe nozīmē izskaidrot jēgu, interpretēt, sk.

<http://www.thefreedictionary.com/construe>].

“...when we introduce a model we use an identifying description, but the object itself is not exhaustively characterized by this description.”

”The view of model systems that I advocate regards them as imagined physical systems, i.e. as hypothetical entities that, as a matter of fact, do not exist spatio-temporally but are nevertheless

not purely mathematical or structural in that **they would be physical things if they were real.**” (2010, p. 253, izcēlums mans).

**Rakstnieka vīzijas, sapņi un halucinācijas varētu būt nelingvistiski modeļi.**

## Bet nelingvistiski modeļi zinātnē?

Vai zinātnē ir iespējami tādi modeļi, ko neviens apraksts pat principā nevar nodefinēt pilnīgi? Vai tādi modeļi var eksistēt kā kaut kas **pilnīgi noteikts**, tikai “ar vārdiem līdz galam nepasakāms”?

**Vai arī tādi “modeļi” ir tikai mirāžas?**

**Vai bez tādiem nevaram iztikt?**

Ja prasām uzrādīt tāda modeļa piemēru, ko principā nevar līdz galam formāli aprakstīt, tad mums parasti norāda uz **Gēdela teorēmu par nepilnību**.

**Piemērs:** naturālie skaitļi 0, 1, 2, 3, ... Populārais viedoklis: Gēdela teorēma par nepilnību apgalvojot, ka naturālos skaitļus nevar līdz galam aprakstīt neviena aksiomu sistēma.

Tiesa, ir arī cits viedoklis par šo Gēdela teorēmu, īsi par to sk.

K.Podnieks. [Gēdela teorēma 15 minūtēs](#), 2008.

Dažās aprindās šis strīds notiek par to, vai **domāšana** var notikt **bez valodas**, un vai šai problēmai ir kādas nopietnas sekas?

Matemātiķu aprindās tas pats strīds notiek starp **platonistiem un formālistiem**.

Ātra vienošanās te nebūs iespējama... **Šo diskusiju atliekam uz kursa beigām.**

## Cilvēka “pasaules modelis”

Tas ir jēdziens no tā paša klasiskā M.Minska raksta:

Minsky, Marvin L. (1965). Matter, Mind and Models. *Proceedings of IFIP Congress 65*, 1965, Vol. 1, pp. 45-49 ([online version](#)).

Savā publicētajā rakstā:

K. Podnieks. Towards Model-Based Model of Cognition. *The Reasoner*, Vol. 3, N 6, June 2009, pp. 5-6.

es to pārrakstīju apmēram tā:

Mans “pasaules modelis” – tas ir viss “manas galvas saturs”, attiecināts un manu apkārtējo vidi: visas manas zināšanas un ticējumi – pilnīgie un nepilnīgie, precīzie un neprecīzie, konsekventie un pretrunīgie, atmiņas par visām izlasītajām grāmatām un redzētajām filmām, visas manas sajūtu atmiņas un tagadējās sajūtas, visi mani sapņi un halucinācijas (kam tādas ir)... Ar šī modeļa palīdzību es prognozēju savas



apkārtējās vides reakcijas un cenšos atbilstoši rīkoties. Un katra manas dzīves sekunde papildina šo modeli ar jaunām atmiņām...

Pie šī mana modeļa pieder arī priekšstats, ka citiem cilvēkiem arī ir katram savs “pasaules modelis”, līdzīgs manējam un tomēr atšķirīgs, un viņi – tāpat kā es – rīkojas saskaņā ar saviem modeļiem. Tāpēc man ir vērts šos modeļus kaut kādā mērā zināt, t.i. veidot manā “pasaules modelī” aptuvenus jūsu “pasaules modeļu modeļus”.

## Kas ir cilvēka apziņa?

Protams, kā tagad zinām, šis mans lielais visaptverošais pasaules modelis neizbēgami ir nepilnīga “ielāpu sega” no daudziem mazākiem modeļiem. Bet tā ir **viena** labāk vai sliktāk integrēta “ielāpu sega”.

Sk. raksta:

Hernandez, Carlos, Sanz, Ricardo and Lopez, Ignacio (2008). Consciousness in Cognitive Architectures. A Principled Analysis of RCS, Soar and ACT-R. *Autonomous Systems Laboratory*, Report R-2008-004, Madrid, 2008, 131 pp. ([online version](#)).

60.lpp.:

**“Principle 5: Model-driven perception** – Perception is the continuous update of the integrated models used by the agent in a model-based cognitive control architecture by means of real-time sensorial information.

This principle implies that the result of perception is not a scattered series of independent percepts, but these percepts fully incorporated into an integrated model.”

Tādā veidā mans **vienīgais** integrētais pasaules modelis katru sekundi tiek papildināts ar jauniem uztveres datiem.

Šī raksta autori secina, ka it kā mistiski noslēpumainā **cilvēka apziņa nav nekas vairāk kā viņa pasaules modeļa vienīgums**. Šorīt pamodies, es sev liekos esam tas pats, kas vakar aizmīgu. Tas ir tāpēc, ka mans šodienas pasaules modelis ir tā paša vecā vakardienas modeļa nedaudz “apdeitota” versija. **Vairs nekādas mistikas!**

Paanalizējiet no šī viedokļa *teleportāciju* (tas gan ir tikai fantastisks domu eksperiments): raidītājs jūs izjauc “pa atomiem”, precīzi nokodē un šo kodu pārraida uztvērējam, kas pēc koda uzbūvē jums identisku kopiju. Kopijai liksies, ka tā ir dzīvojusī jūsu dzīvi kā savu... Bet jūsu domas par nāvi pārraides brīdī ir tīrās muļķības!

## Ko nozīme “saprast”?

No šī viedokļa, saprast vārdu, teikumu, tekstu, grāmatu, filmu, teorēmu, teoriju utt. nozīmē “iebūvēt” to savā pasaules modelī. Tā ir sapratnes visplašākā forma: “saprotot”, es izmantoju **visu** savu “garīgo bagāžu” (*background knowledge*). Tādā veidā cilvēki spēj saprast arī dzeju, kur dažos vārdos var izveidot satriecošu asociāciju, kas gan būs saprotama tikai tiem, kuriem jau iepriekš ir zināmas asociācijas “puses”.

*Piemērs*. “Laikam asinīs manās savas lūpas tu mērc...” (A.Čaks) – kuriem lasītājiem tas “ir par kanibālismu”, un kuriem nav?

Manuprāt, ļoti perspektīvu pieeju sapratnes problēmai piedāvā

**Guntis Bārzdīņš.** When FrameNet meets a Controlled Natural Language. *Proceedings of the 18th Nordic Conference of Computational Linguistics (NODALIDA)*, 2011, pp. 2-5 (pieejams [tiešsaistē](#)).

*Background knowledge* tiek modelētas kā tādas datubāzes saturs, kuras vaicājumu procesorā ir iebūvēts automātisks secinātājs. Datubāzi var izvaicāt, iegūstot ne tikai tajā tieši noglabāto informāciju, bet to informāciju, kas no noglabātās seko. Saņemot jaunu tekstu, speciāls procesors to analizē un pievieno jaunus datus datubāzei. Rezultātā **datubāze iegūst spēju atbildēt uz vaicājumiem**, kas ir saistīti ar jauno tekstu.

**Secinājums.** Kā es saprotu doto tekstu, to var noskaidrot, mani ilgi un rūpīgi izvaicājot. Ar datoriem mums ir jārikojas tāpat! Tie “saprot” to un tiktāl, par ko un ciklāl tie spēj atbildēt uz vaicājumiem.

Vai nav lieliska ideja?

## Modeļu šabloni, kuru instances neeksistē?

Piemērs:  $n$  lodītes (katra – ar masu  $m$ ) kustas kubiskā traukā  $hxhxh$ , elastīgi saduroties savā starpā un ar trauka sienām, dotas lodīšu sākuma pozīcijas un sākuma ātrumu vektori. Tālākais notiek pēc Ņūtona mehānikas likumiem.

No šīs definīcijas var atvasināt precīzu matemātisko modeli (fāzu telpa, Hamiltona funkcija, Hamiltona vienādojumi).

Pats šis modeļu šablons eksistē *dabā*, piemēram, to var uzrakstīt uz papīra.

Bet, ja  $n=10^{22}$ , tad atbilstošie modeļi (šablona instances) *dabā* nav realizējami.

Izmantojot šablona definīciju, par šīm instancēm var pierādīt vispārīgas matemātiskas teorēmas, bet nevienu no šīm instancēm nevar realizēt dabā.

Piemēram: teorēmas par to, kādas īpašības piemīt **visām** šablona instancēm, vai kādai to viegli definējamai daļai (t.i. šo definīciju var reāli uzrakstīt uz papīra), kādi ir vidējie lielumi pa **visu** instanču kopu, vai pa kādā viegli definējamā apakškopā utt.

Kā tas var būt? Nepiekrītat? Kurša beigās piekritīsiet (varbūt)...

# Matemātiskie modeļi

Man gribētos nedefinēt matemātiskā modeļa jēdzienu, nepieminot vārdu “matemātika”, un pēc tam pašu matemātiku atvasināt no šī neatkarīgā jēdziena. Manuprāt, tas ir labākais ceļš kā nonākt pie atbildes uz jautājumu “kas īsti ir matemātika?”.

Par diviem citiem ceļiem – sk.

K. Podnieks. [On the Nature of Mathematics](#). St Petersburg, 2006 (ir arī versijas latviešu, krievu un serbu valodā).

Atgādinu mūsu jau agrāk izvirzīto jautājumu:

**Vai mums nevajadzētu izvirzīt hipotēzi: iespēja modeli pilnīgi aprakstīt – tā ir īpašība, kas matemātiskos modeļus atšķir no nematemātiskiem?**

Pilnīgs modeļa apraksts – tas nozīmē, ka visu informāciju par modeli var iegūt no šī apraksta – kādā veidā? Protams, ar secināšanas palīdzību. Tātad atļautie secināšanas līdzekļi (loģika, teorijas) ir jāiekļauj modeļa definīcijā!

Bet ir iespējamās arī situācijas, kad secināšanas līdzekļi ir nofiksēti, bet kādu vajadzīgu secinājumu mēs reālā laikā izdarīt neprotam. Neprotam sastādīt vajadzīgo – agrāk nebijušu – secinājumu ķēdi, neesam izgudrojuši **algoritmu**, kas to varētu **reālā laikā** izdarīt.

**Modelis mums ir aprakstīts pilnībā – bet kaut kādas tā īpašības mums neizdosies noskaidrot, kamēr kāds neizgudros attiecīgu algoritmu!**

Šai virzienā ir domājusi:

Marion Vorms. “[Representing with Imaginary Models: Formats Matter](#)”, *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 42, n° 2, June 2011, pp. 287-295.

## Saules sistēmas matemātiskais modelis

Piemērs, kas nerada šaubas, ka šis **modelis tiešām ir matemātisks** – Saules sistēmas modelis, kas iegūts no modeļu šablona ar šādiem parametriem:

$D$ ,  $M$  – Saules diametrs un masa,  $d_i$ ,  $m_i$ ,  $\mathbf{r}_i$ ,  $\mathbf{v}_i$  –  $i$ -tās planētas diametrs, masa, sākuma pozīcijas vektors, sākuma ātruma vektors ( $i=1..n$ ).

Izmantojot Ņūtona mehānikas likumus un gravitācijas likumu, šablonam var uzrakstīt kustības vienādojumus, un to atrisinājuma simulāciju var noprogrammēt. Uzdodot konkrētas parametru vērtības, simulāciju var izpildīt uz datora.

Uz kādiem jautājumiem šis modelis var dot atbildes?

Kur planētas atradīsies pēc pusgada, pēc 100 gadiem? Ļoti vajag? Jāizdrukā tikai mainīgo vērtības...

Kuros brīžos Venēra aizies priekšā Saulei (skatoties no Zemes)? Ja tas modeļa programmatūrā iepriekš nav paredzēts, tad tas būtu speciāli jāpieprogrammē klāt, izmantojot ģeometrijas likumus un citas matemātiskas metodes. **Modelis no šīs pieprogrammēšanas nemainās** – lai iegūtu atbildi uz savu iepriekš neparedzēto jautājumu, mēs turpinām izmantot **secināšanas līdzekļus** – matemātikas piedāvātās metodes. Vai arī izgudrojam jaunas metodes – ja līdz šim piedāvātās netiek galā. Secināšanas līdzekļi (aksiomas un izveduma likumi) arī nemainās – bet mēs izgudrojam agrāk nebijušas šo līdzekļu kombinācijas, un tā iegūstam uzdevuma atrisinājumu reālā laikā.

[“Brīžu” konstatēšana: to var veikt, vienkārši simulējot un vērojot, bet tas var vilkties pārāk ilgi, un rezultātu varam nesagaidīt. Vai arī – risinot attiecīgos “apgrieztos” uzdevumus ar speciālām efektīvākām metodēm.]

[[Aptumsumu paredzēšana.](#)]

Lai šādu modeli izveidotu, ir jāizmanto gan minētā fizikas teorija (Ņūtona mehānika), gan nopietnas matemātiskas teorijas – analītiskā ģeometrija (polārās koordinātes šajā uzdevumā izrādās ērtākas), diferenciālvienādojumu teorija, tuvinātās aprēķinu metodes.

[Kādas šim modelim ir deformācijas un “liekas” īpašības, salīdzinot ar reālo Saules sistēmu? (Kā mēs zinām, ka tāda eksistē?)]

Gan fizika, gan matemātika te bija vajadzīga **modeļa būvēšanai**. Modeļa **darbināšana uz datora** ir daudz vienkāršāka lieta – to var uzdot mazkvalificētam personālam. Bet, ja vēlamies iegūt no modeļa informāciju, kura tā programmā **nebija paredzēta**, tad atkal jāķeras pie secināšanas līdzekļiem – pie zināmas, vai vēl nezināmas matemātikas.

[Kā Saules sistēmu modelēja pirms-datoru laikmetā? Ptolemejs, Koperniks, ..., [John Couch Adams](#) – paredzēja [Neptūna](#) planētas eksistenci un atrašanās vietu debesīs, ...]

**Secinājums.** Mūsu prezentētais Saules sistēmas modelis ir uzbūvēts ar teoriju (Ņūtona mehānikas, analītiskās ģeometrijas u.c.) palīdzību. Tas ir pilnīgi precīzi aprakstīts. Lai no modeļa iegūtu informāciju, tiek izmantoti secināšanas līdzekļi – tās pašas teorijas, kas ir modeļa pamatā. Iespējams – lai atrisinātu vajadzīgo uzdevumu – dažreiz vajadzēs izgudrot jaunas šo līdzekļu kombinācijas – metodes, algoritmus.

[Te minētais modelis nespēj precīzi atveidot planētu kustības smalkākās niansas – piemēram, [Merkura orbītas perihēlija](#) pārvietošanās ātrumu. Lai to panāktu, Ņūtona mehānikas un vienkāršā gravitācijas likuma vietā ir jāizmanto Einšteina vispārīgā relativitātes teorija.]

Bet kāpēc to uzskata par **matemātisku modeli**?

## Nematemātisks modelis

Piemērs, kas nerada šaubas, ka šis **modelis NAV matemātisks** – maza rotaļu automašīna, kas izgataavota no koka, un ir līdzīga reālai lielai automašīnai.

Uz kādiem jautājumiem par reālo automašīnu šis modelis var dot atbildes? Un **kā** šīs atbildes iegūt?

Cik reālajai automašīnai riteņu? Vai reālā automašīna ir skaista? (Ja neesam to redzējuši dabā.)

Aerodinamiskās īpašības? (Eksperimenti mazā aerodinamiskā caurulē – labākas formas meklējumi.)

“Liekās” īpašības – kā koks deg, kā uzvedas agresīvā vidē, stiprā gamma-radiācijā utt. Var eksperimentēt, var mēģināt izsecināt no fizikas un ķīmijas teorijām.

Bet **kāpēc** šis modelis nav uzskatāms par **matemātisku modeli**? Manuprāt, tāpēc, ka atbildes uz jautājumiem no tā nevar iegūt, “nenosmērējot rokas”, t.i. tīras *secināšanas* ceļā. Ir jāveic fiziskas darbības...

Lai no koka automašīnas iegūtu **matemātisku modeli**, mums ir jāpaveic viens no diviem:

1) Ir atklāti jānoformulē, kuras no koka auto īpašībām mūs interesē. Ja mūs interesē tikai auto forma, mēs varam to ieskenēt datorā un turpmāk operēt ar šo dator-modeli, darbam izmantojot dator-programmā realizētos secināšanas līdzekļus, kas balstās uz analītisko ģeometriju. Tas jau būs normāls matemātisks modelis.

2) Bet ja mūs interesē **visas** koka auto īpašības (arī degšana, gamma-radiācijas ietekme utt.), tad ieskenētais dator-modelis ir jāpapildina ne tikai ar analītiskās ģeometrijas līdzekļiem, bet arī ar visām nepieciešamajām bioloģijas, ķīmijas un fizikas teorijām, piemēram, ar kvantu elektrodinamiku. Tikai tad atbildes uz jautājumiem par modeļa īpašībām mēs spēsim iegūt tīras secināšanas ceļā, “nenosmērējot rokas”. Tā būsīm ieguvuši ļoti sarežģītu matemātisku modeli, ko izmantot gan nevienam negribēsies...

**Vai datubāze ir matemātisks modelis?**

# Kāda uzņēmuma datubāze neapšaubāmi ir šī

**uzņēmuma modelis.** Jo pilnīgāka datubāze, jo pilnīgāks ir modelis (jo labāk to var izmantot kā paša uzņēmuma aizvietotāju, piemēram, grāmatvedības operācijām vai statistiskām atskaitēm).

[Paldies Kristīnei Cīpolai par ideju.]

Uzņēmuma datubāze **nav sastindzis objekts**, tajā operatīvi tiek reģistrētas uzņēmuma ikdienā notikušās izmaiņas.

Taču ja aplūkojam vienu fiksētu **datubāzes stāvokli** kādā laika momentā (t.i. paņemam datubāzes kopiju un vairāk neizdarām tajā nekādas izmaiņas), tad šis stāvoklis (kopija) eksistēs neatkarīgi no paša uzņēmuma, tāpēc to būs viegli pārveidot un pat sabojāt – visdažādākajos nolūkos. Rezultātā viegli var iegūt veidojumu, kam ar uzņēmuma realitāti nav nekāda sakara (nu, gluži kā matemātikā...).

No datubāzes var iegūt informāciju, kas ir paredzēta informācijas sistēmas programmatūrā (ar to var darboties mazkvalificēts personāls), Bet var iegūt arī iepriekš neparedzētu informāciju

(ekspromtvaicājumi valodā SQL). **Valoda SQL te darbojas kā**

**secināšanas līdzeklis.** Ar tās palīdzību, atbildes uz jautājumiem var iegūt, “nenosmērējot” rokas.

[Tiesa, viena lieta te nav īsti formāla: ja eksperts iedomā kādu vaicājumu, tad tā “kodēšana” valodā SQL dažkārt līdzinās “mākslai” – mazkvalificēts cilvēks ar to galā netiks. Bet līdzīga problēma ir arī Saules sistēmas modelī – ja eksperts pēkšņi grib uzzināt, kuros brīžos Jupiters būs priekšā Saturnam (skatoties no Zemes), un atbilde uz šādu jautājumu modeļa programmatūrā nav paredzēta, tad jāsameklē citi eksperti, kuri šo uzdevumu varētu atrisināt (izgudrot algoritmu) un noprogrammēt. ]

## Vai datubāzes stāvoklis ir matemātisks modelis?

Kādos punktos datubāzes stāvoklis principiāli atšķiras no Saule sistēmas modeļiem (kas bez šaubām ir atzīti par matemātiskiem modeļiem)?

[Paldies Kristīnei Cīpolai par ideju.]

Vai datubāzes uzbūvēšanai nav jāizmanto teorijas? Tas nebūs tiesa: **ekonomiskās teorijas** var būt nepieciešamas kā datubāzes projektēšanai, tā secinājumu izdarīšanai no tās datiem (t.i. vaicājumu sacerēšanai).

Un ja esošās programmas algoritms kādu uzdevumu nespēj atrisināt reālā laikā, jo datubāze ir kļuvusi pārāk liela? Tad var nākties izgudrot jaunu, efektīvāku algoritmu – parasti, izmantojot **matemātikas zināšanas** (par  $n^2$ ,  $n \log n$  utml.).

## Formālie modeļi vai matemātiskie?

Pilnīgi aprakstītos modeļus mēs varētu saukt par

**formāliem modeļiem.** Droši vien, visi piekritīs, ka modeļi, kam piemīt šī īpašība, veido svarīgu modeļu klasi.

Formālo modeļu pazīmes, kas seko no pilnīga apraksta eksistences:

**Izolētība.** Modeļi var atraut no modelējamā objekta, un pētīt neatkarīgi no tā, pat aizmirstot

par to. Jo modelis ir pilnīgi aprakstīts. Tā ir arī matemātisko modeļu atšķirības pazīme. Ļoti maz ne-matemātisku modeļu ir vērts ilgstoši pētīt, aizmirstot par “oriģinālu”.

**Stabilitāte.** Modelis ir fiksēts (stabils) – ja to modificē, tad uzskata, ka radies cits modelis. Jo modelis ir pilnīgi aprakstīts. Tā ir arī matemātisko modeļu atšķirības pazīme.

**Pašpietiekamība (autonomija).** Uz jautājumiem par modeli ir jāvar atbildēt, “nenosmērējot rokas”, tīras secināšanas ceļā – ar vai bez datora

palīdzības. Jo modelis ir pilnīgi aprakstīts, pašpietiekams (*self-contained*). Tā ir arī matemātisko modeļu atšķirības pazīme.

**Izolētība, stabilitāte, autonomija** – summā šīs īpašības dod pilnīgi aprakstītu modeli.

Izolēts+stabils+autonoms modelis = **formāls modelis!**

Publika tam labprāt piekritīs. Bet, varbūt, tomēr arī:

Izolēts+stabils+autonoms modelis = **matemātisks modelis?**

Varbūt, *datubāzes* publika labprāt piekritīs saukt par formāliem modeļiem, bet negribēs saukt par matemātiskiem modeļiem?

Un pat *dator-modeļus*, kas spēj simulēt kādas kompānijas biznesprocesus, arī negribēsiet saukt par matemātiskiem modeļiem?

Vai matemātiskie modeļi ir kaut kas “smalkāks”, “cienījamāks” par formāliem modeļiem?

**Un tomēr...**



Ja domājam, ka ne visus formālos modeļus ir vērts saukt par matemātiskiem, tad, varbūt, vismaz, **katrs matemātisks modelis ir formāls modelis?**

Arī šim apgalvojumam atradīsies pretinieki. Atcerēsimies naturālos skaitļus 0, 1, 2, ... un Gēdela teorēmu par nepilnību, ko daudzi uztver kā liecību tam, ka naturālos skaitļus līdz galam nevar aprakstīt neviena fiksēta aksiomu sistēma.

Es tomēr gribētu apgalvot, ka tieši *formalitāte* ir matemātisko modeļu īstā atšķirības pazīme. Manuprāt, tieši caur šo atzinumu mēs atklājam matemātiku kā zinātnes īpašo, citām zinātnēm "perpendikulāro" dabu. Matemātiski var pētīt jebkurus objektus, procesus, sistēmas utt. Nekādas specifiskas robežas te nav nospraužamas.

**Specifiska ir tikai pieeja (metode!) – izveidot tādu modeli, ko būtu vērts pētīt ilgstoši, vairs nevēršoties pie modelējamā objekta, modeli vairs nemainot, un visu informāciju no modeļa iegūstot tikai secināšanas ceļā.**

**Manuprāt, matemātika cenšas attīstīt formālo modeļu būves un pētīšanas metodes.**

Vairāk par to:

K. Podnieks. [On the Nature of Mathematics](#). St Petersburg, 2006 (ir arī versijas latviešu, krievu un serbu valodā).

Nākamā tēma: kā matemātiķi formalizē kopas jēdzienu.